TRƯỜNG THPT HƯNG YÊN

ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA

NĂM HỌC: 2019 – 2020

MÔN: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Từ một tổ sản xuất gồm 5 nam và 7 nữ, có bao cách chọn ra một người?

A. 14. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc cộng, số cách chọn ra một người là: 5+7=12 (cách).

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Vì (u_n) là cấp số nhân nên ta có: $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{3} = 3.$

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. 42π. **B.** 12π. **C.** 24π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay:

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.3.4 = 24\pi.$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 4; 5 và 6. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 240. **B.** 120. **C.** 40. **D.** 60.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính thể tích của khối hộp chữ nhật là: $V = a.b.c$

Suy ra thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho là: $V = 4.5.6 = 120$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) = 2$ là

A. $x = 7$. **B.** $x = -6$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = -7$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3(x+2) = 2 \Leftrightarrow x + 2 = 9 \Leftrightarrow x = 7$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 7$.

Câu 7. Cho $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 1$, $\int\limits_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -4$. Tính $\mathrm{I} = \int\limits_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\mathrm{I} = 5$. **B.** $\mathrm{I} = -5$. **C.** $\mathrm{I} = -3$. **D.** $\mathrm{I} = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -4$

$\Leftrightarrow \int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -4$

$\Leftrightarrow 1 + \int\limits_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -4$

$\Leftrightarrow \int\limits_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -4 - 1$

$\Leftrightarrow \int\limits_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -5.$

Vậy $\mathrm{I} = -5$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

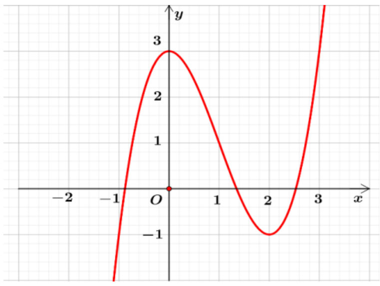
A. -2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 4.

Câu 9. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình dạng của đồ thị hàm số ta loại được phương án **A**, **D**.

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ suy ra hệ số của x^3 dương nên chọn phương án **C**.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý khác 1, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng:

A. 3. **B.** $\frac{-1}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

$\text{Ta có}: \log_{a^3} a = \frac{1}{3}.\log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 3x$ là

A. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}\cos 3x + C$. **B.** $\frac{x^2}{2} + 3\cos 3x + C$. **C.** $\frac{x^2}{2} - 3\cos 3x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x)dx = \int (x + \sin 3x)dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{3}\cos 3x + C.$$

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\bar{z} = 3 + 2i$. **B.** $\bar{z} = 3 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 2 + 3i$. **D.** $\bar{z} = -2 + 3i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$.

Do đó số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là $\bar{z} = 2 + 3i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(0;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hình chiếu của điểm $I(x_o; y_o; z_o)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $I'(0; y_o; z_o)$.

Do đó hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M(0;2;3)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Vì mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$ có bán kính là r.

Do đó mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng $\sqrt{3}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z+6=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}_1=(1;3;-2)$. **B.** $\vec{n}_2=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}_3=(-3;2;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(1;-3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$ có véctơ pháp tuyến là: $\vec{n}(A;B;C)$.

Do đó mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z+6=0$ có véctơ pháp tuyến là: $\vec{n}_2=(1;2;-3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P): $2x+y-z+3=0$

A. M(1;1;1). **B.** N(2;3;7). **C.** P(0;1;4). **D.** Q(-1;1;0).

Lời giải

Chọn C

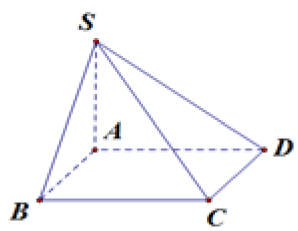
Thay tọa độ điểm M vào (P) ta được: $2.1+1-1+3=5\neq 0$

Thay tọa độ điểm N vào (P) ta được: $2.2+3-7+3=3\neq 0$

Thay tọa độ điểm P vào (P) ta được: $0+1-4+3=0$

$\Rightarrow \text{P}\in(P)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là chữ nhật $ABCD$, $AB=a, AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{15}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng?



A. 60^0. **B.** 30^0 .

C. 45^0 . **D.**90^0 .

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC=a\sqrt{5}$.

$SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AC$.

Do $\triangle SAC$ vuông cân tại A nên ta có: $\tan SCA=\dfrac{SC}{AC}=\dfrac{a\sqrt{15}}{a\sqrt{5}}=a\sqrt{3}\Rightarrow SCA=60^0$.

Vậy $(SC;(ABCD))=(SC;AC)=SCA=60^0$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2 . **D.**3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực trị tại $x=-1; x=0; x=2.$

Do đó hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên $[0;2]$ bằng?

A. 3. **B.** 11. **C.** 2. **D.**1.

Lời giải

Chọn B

Với $x\in[0;2]$ ta có: $f'(x)=4x^3-4x.$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right..$$

Ta có: $f(0)=3$

$f(\pm1)=2$

$f(2)=16-8+3=11$

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 11 tại $x=2$.

Câu 20. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_4 a+\log_2 b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a=b$. **B.** $a=b^2$. **C.** $a^2=b$. **D.** $a=b^4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a=\log_4 a+\log_2 b$

$\Leftrightarrow \log_4 a^2=\log_4 a+\log_4 b^2$

$\Leftrightarrow a^2=ab^2$

$\Leftrightarrow a=b^2.$

Câu 21. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $3^{x^2+1}\le 9^{x+2}$ là?

A. $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[-1;3]$. **C.** $(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **D.** $[-3;1]$.

Lời giải

Chọn B

$3^{x^2+1}\le 9^{x+2}\Leftrightarrow x^2+1\le 2x+4\Leftrightarrow -1\le x\le 3$

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng?

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn D

Thiết diện qua trục là hình vuông nên cạnh của hình vuông là : 2 R = 2.2 = 4.

$S_{tp} = 2\pi R.l + 2\pi R^2 = 2\pi 2.4 + 2\pi 2^2 = 24\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	||	+		$-$	
y	2	↗	4 || $-\infty$	↗	3	↘	-1

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2 \ (1)$

Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = 2$. Dựa vào bảng biến thiên ta có số giao điểm của hai đồ thị là 2.

Vậy phương trình $f(x) - 2 = 0$ có 2 nghiệm.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $\dfrac{x^2}{2} - \ln(x-1) + C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{(x-1)^2} + C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2} + \ln(x-1) + C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{1}{(x-1)^2} + C$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \frac{1}{x-1} \Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln(x-1) + C$$

Câu 25. Một người gửi số tiền M triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,7\%$ / tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lĩnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là:

A. 3 triệu 600 ngàn đồng. **B.** 3 triệu 800 ngàn đồng.

C. 3 triệu 700 ngàn đồng. **D.** 3 triệu 900 ngàn đồng.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức trên với $T_n = 5$, $r = 0,007$, $n = 36$, thì số tiền người đó cần gửi vào ngân hàng trong 3 năm (36 tháng) là: $M = \dfrac{T_n}{(1+r)^n} = \dfrac{5}{(1,007)^{36}} \approx 3,889636925$ triệu đồng.

Câu 26. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $A'A = A'B = A'D$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi O là giao điểm của AC và BD.

$ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OB = OD$

Mà $A'A = A'B = A'D$ nên $A'O \perp (ABD)$ (vì $A'O$ là trục tâm giác ABD)

ΔABD vuông tại A

$\Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$

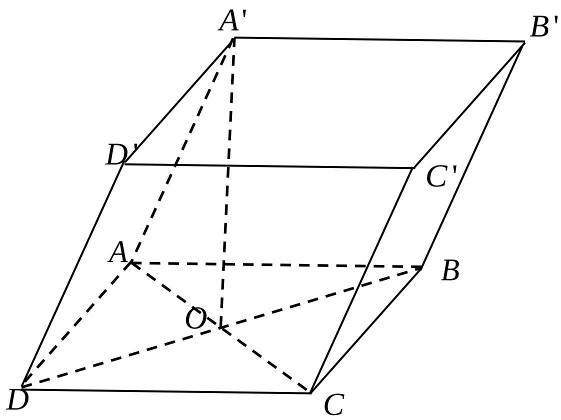
$\Rightarrow OA = OB = OD = a$

$\Delta AA'O$ vuông tại O

$\Rightarrow A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{3}$

$S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3}$

$V_{ABCDA'B'C'D'} = A'O.S_{ABCD} = 3a^3$.



Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.**3.

Lời giải

Chọn C

$y = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9} = \dfrac{(x-1)(x-3)}{(x+3)(x-3)}$.

Đồ thị có đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và tiệm cận đứng là $x = -3$.

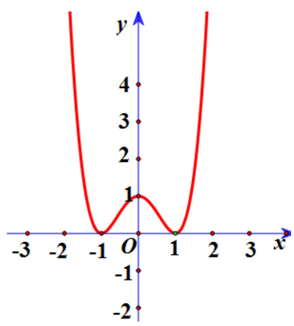
Do đó có tổng số hai đường tiệm cận.

Câu 28. Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình bên dưới.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a < 0,\ b > 0,\ c = 1$. **B.** $a > 0,\ b > 0,\ c = 1$.

C. $a > 0,\ b < 0,\ c = 1$. **D.** $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$.

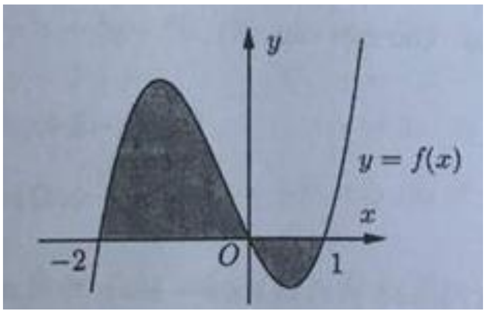


Lời giải

Chọn C

Do đồ thị qua (0; 1) nên $c = 1$. Đồ thị hướng lên nên $a > 0$ và có 3 cực trị nên $ab < 0$ suy ra $b < 0$. Do đó chọn câu C.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là



A. $S=\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-2}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\left|\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải

Chọn A

Vì: Trên $\left[-2;0\right]$ phần hình phẳng tô đậm nằm ở phía trên trục hoành.

Trên $\left[0;1\right]$ phần hình phẳng tô đậm nằm ở phía dưới trục hoành.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=3+i$ và $z_2=2+3i$. Phần thực của số phức $\overline{z_1}+2z_2$ là

A. 5. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A

$\overline{z}_1+2z_2=3-i+2(2+3i)=7+5i$. Do đó phần thực của $\overline{z_1}+2z_2$ bằng 7.

Câu 31: Số phức liên hợp của số phức $z=i\left(1-4i\right)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?

A. $E\left(4;-1\right)$. **B.** $B\left(4;1\right)$. **C.** $A\left(1;4\right)$. **D.** $F\left(-1;4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z=i\left(1-4i\right)=4+i\Rightarrow\overline{z}=4-i$ nên điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là $E\left(4;-1\right)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}=\left(3;1;0\right)$ và $\vec{b}=\left(0;-3;1\right)$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\frac{3}{100}$ **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\frac{3}{10}$ **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{3}{100}$

D. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{3}{10}$

Lời giải

Chọn B

$$\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{-3}{\sqrt{10}.\sqrt{10}}=-\frac{3}{10}$$

Câu 33: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;-1;-2\right)$, $B\left(0;-5;2\right)$. Mặt cầu $\left(S\right)$ đường kính AB có phương trình là:

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+z^2=9$ **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+z^2=9$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+z^2=3$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Tâm I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1;-3;0)$ và bán kính $R = IA = 3$.

Vậy $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+z+3=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $3x-y-2z-14=0$. **B.** $3x-2y+z+9=0$.

C. $3x-2y+z-9=0$. **D.** $3x-y-2z+14=0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$ và $(Q): 2x-y+2z-5=0$ bằng:

A. 6. **B.** 4. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P), (Q): $d((P),(Q)) = \frac{|-7+5|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{2}{3}$.

Câu 36 : Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất chọn được số chỉ chứa 3 chữ số lẻ là

A. $P = \frac{16}{21}$. **B.** $P = \frac{10}{21}$. **C.** $P = \frac{23}{42}$. **D.** $P = \frac{16}{42}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = A_9^6 = 60480$.

Gọi A: "số được chọn chỉ chứa 3 số lẻ".

Chọn 3 chữ số lẻ trong 5 chữ số lẻ, có C_5^3 cách

Chọn 3 chữ số chẵn trong 4 chữ số chẵn, có C_4^3 cách

Sắp 6 chữ số vừa chọn, có $6!$ cách

Suy ra: $n(A) = C_5^3.C_4^3.6! = 28800$.

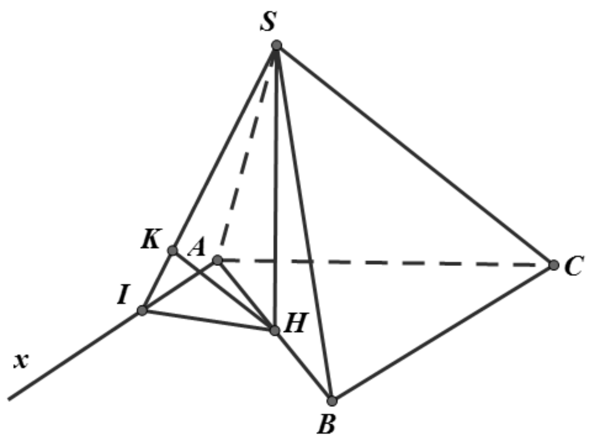
Khi đó: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{28800}{60480} = \frac{10}{21}$.

Câu 37 : Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh bằng a, hình chiếu của *S* lên mặt phẳng *(ABC)* là trung điểm *H* của cạnh *AB*. Góc tạo bởi *SA* và mặt phẳng *(ABC)* bằng 60^o. Khoảng cách giữa hai đường thẳng *SA* và *BC* bằng :

A. $\frac{2\sqrt{15}}{5}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{5}a$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}a$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{5}a$.

Lời giải

Chọn D



Từ A Kẻ Ax song song với BC.
Từ H kẻ $HI \perp Ax$ tại H.
Từ H kẻ $KH \perp SI$ tại K.
Khi đó $d\left(SA,BC\right) = d\left(B,\left(SAx\right)\right) = 2d\left(H,\left(SAx\right)\right) = 2HK$

$IH = AH.\sin 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ và $SH = AH.\tan 60^0 = \dfrac{a}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{IH^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{15}}{10}$

$d\left(SA,BC\right) = 2d\left(H,\left(SAx\right)\right) = 2HK = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 2$ và $f'(x) = e^x(1+\dfrac{e^{-x}}{\sqrt{x}})$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $e+\dfrac{1}{3}$. **B.** $e+\dfrac{4}{3}$. **C.** $e-\dfrac{1}{3}$. **D.** $e+\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x) = e^x(1+\dfrac{e^{-x}}{\sqrt{x}}) = e^x + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$f(x) = \int (e^x + \dfrac{1}{\sqrt{x}})dx = e^x + 2\sqrt{x} + C$

$f(0) = 2 \Rightarrow C = 1$

$\Rightarrow f(x) = e^x + 2\sqrt{x} + 1$

$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (e^x + 2x^{\frac{1}{2}} + 1)dx = (e^x + 2\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + x)\Big|_0^1 = e + \dfrac{4}{3}$

Câu 39: Cho hàm số $y=\dfrac{m\cos x-8}{2\cos x-m}$ (**m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của** m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\cos x=t$.

Ta có $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$.

Vì hàm số $y=\cos x$ **nghịch biến trên khoảng** $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ **nên yêu cầu bài toán tương đương với bài toán : có bao nhiêu giá trị nguyên của** m **để hàm số** $f(t)=\dfrac{mt-8}{2t-m}$ **đồng biến trên khoảng** $(0;1)\Leftrightarrow f'(t)=\dfrac{-m^2+16}{(2t-m)^2}>0$, $\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+16>0\\ \dfrac{m}{2}\notin(0;1)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-4<m<4\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 2\end{array}\right.\end{cases}$

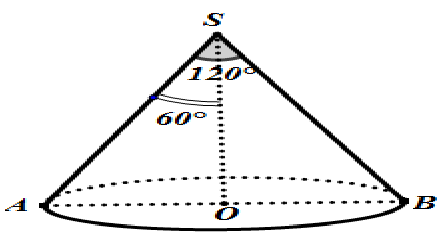
Mà m nguyên nên $m\in\{-3;-2;-1;0;2;3\}$

Câu 40. Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a. Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác có góc ở đỉnh bằng 120^0. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng:

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C



+) $r=a$

+) Góc ở đỉnh bằng $120^0\Rightarrow ASO=60^0$

$+\Delta SAO: h=SO=\dfrac{a}{\tan 60^0}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

+) $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 41. Cho x,y là các số thực dương thoả mãn $\log_{25}2x=\log_{15}y=\log_9(4x+y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng?

A. 4. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\log_5(\frac{5}{3})$. **D.** $\log_{\frac{5}{3}} 15$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $\log_{25} 2x = \log_{15} y = \log_9 (4x+y) = t$. Suy ra: $\begin{cases} 2x = 25^t \\ y = 15^t \\ 4x + y = 9^t \end{cases} \Rightarrow 2.25^t + 15^t = 9^t$

$$\Leftrightarrow 2.\left(\frac{25}{9}\right)^t + \left(\frac{5}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{5}{3}\right)^t = -1\ (loai) \\ \left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{1}{2} \end{array}\right..$$

Ta có : $\frac{2x}{y} = \frac{25^t}{15^t} = \left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{4}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x^2 + m|$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 10. Tổng tất cả các phần tử của S là:

A. 4. **B.** -4. **C.** 10. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Xét $u = x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $1;3$ có $u' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin 1;3 \\ x = 2 \in 1;3 \end{array}\right.$.

Khi đó $\begin{cases} \max\limits_{1;3} \text{u} = \max\ u\ 2\ ,u\ 1\ ,u\ 3 \ = \max\ \text{m}-4, \text{m}-2, \text{m}\ = m \\ \min\limits_{1;3} \text{u} = \min\ u\ 2\ ,u\ 1\ ,u\ 3 \ = \min\ \text{m}-4, \text{m}-2, \text{m}\ = m-4 \end{cases}$.

Suy ra $\underset{0;3}{M\text{ax}}\ f\ x\ = \max\ |m-4|, |m|\ = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m-4| = 10 \\ |m-4| \geq |m| \end{cases} \\ \begin{cases} |m| = 10 \\ |m| \geq |m-4| \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -6 \\ m = 10 \end{array}\right.$.

Do đó tổng tất cả các phần tử của S bằng 4.

Câu 43. Cho phương trình $\log_2^2(4x) - (m+2)\log_{\sqrt{2}} x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[2;4]$ là

A. $[2;4]$. **B.** $[1;2]$. **C.** $[2;3]$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \log_2 x$, $x \in [2;4] \Rightarrow t \in [1;2]$. Bài toán trở thành: Tìm m để phương trình $(2+t)^2 - 2(m+2)t + m - 2 = 0(1)$ có nghiệm duy nhất $t \in [1;2]$

$(1) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + m + 2 = 0$ cô lập số tìm được $m \in [2;3]$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $2xf(x) + f'(x) = [3 - f'(x)]x^2$ và $f(0) = 0$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $\frac{1}{2}x^2 - \ln|x+1| + C$ 		**B.** $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$.

C. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$. 		**D.** $\frac{x^3}{x^2+1} + C$.

Lời giải

Chọn C

$$2xf(x) + f'(x) = [3 - f'(x)]x^2 \Leftrightarrow \left[(1+x^2) f(x)\right]' = 3x^2$$

$\Rightarrow (1+x^2) f(x) = x^3 + C$. Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0.$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{1+x^2} \Rightarrow \int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $f(2\sin x + 3) - 4 = 0$ là

A. 4 . 	**B.** 6. 	**C.** 3. 	**D.** 8.

Lời giải

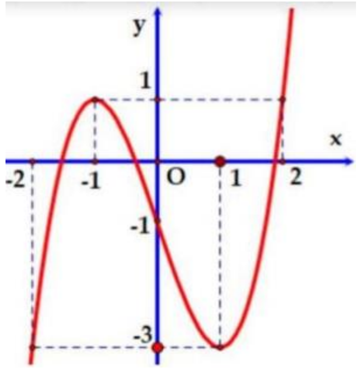
Chọn B

Ta có $f(2\sin x + 3) = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2\sin x + 3 = a_1 \in (-\infty;1) & (1) \\ 2\sin x + 3 = a_2 \in (1;3) & (2) \\ 2\sin x + 3 = a_3 \in (3;5) & (3) \\ 2\sin x + 3 = a_4 \in (5;+\infty) & (4) \end{array}\right.$

Các phương trình (1) và (4) đều vô nghiệm., (2) có 4 nghiệm phân biệt và phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt đồng thời trong số chúng không có 2 nghiệm nào trùng nhau. Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số $g(x) = f\left[-f^2(x) + 2f(x) + 1\right]$ có bao nhiêu điểm cực trị



A. 16. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

$g'(x) = f'(x)\left[-2f(x)+2\right]f'\left[-f^2(x)+2f(x)+1\right]$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=1 \\ -f^2(x)+2f(x)+1=-1 \\ -f^2(x)+2f(x)+1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=-1(bc) \\ x=2 \\ f(x)=1-\sqrt{3}\ (3n) \\ f(x)=1+\sqrt{3}\ (1n) \\ f(x)=0 \quad (3n) \\ f(x)=2 \quad (1n) \end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra $g'(x)$ có 11 nghiệm phân biệt và đổi dấu qua 11 nghiệm đó.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)=\ln\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x-1)+f(\ln x)\le 0$ là

A. $[0;1]$. **B.** $(0;1]$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

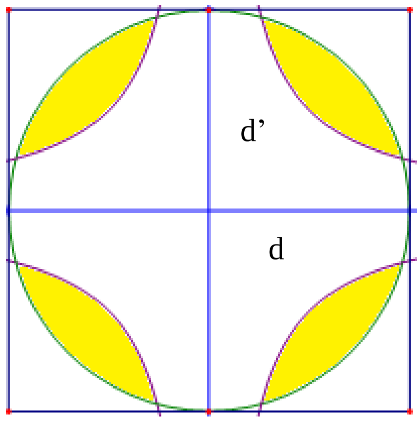
Chọn B

Điều kiện $x>0$.

$f(x)$ là hàm lẻ và đồng biến trên R.

$f(x-1)+f(\ln x)\le 0 \Leftrightarrow f(x-1)\le f(-\ln x) \Leftrightarrow x+\ln x\le 1 \Leftrightarrow x\le 1$

Câu 48. Sàn của một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hình vuông cạnh $40\ (cm)$ như hình bên. Biết rằng người thiết kế tạo hoa văn cho viên gạch như sau: Kẻ hai đường thẳng d và d'chia hình vuông (viên gạch) thành 4 hình vuông bằng nhau (như hình vẽ); vẽ các đường cong là tập hợp các điểm có tích khoảng cách (đơn vị cm) đến hai đường thẳng d và d' bằng 1; vẽ đường tròn có tâm là tâm của hình vuông (viên gạch), bán kính 20 cm. Tô màu các phần hình phẳng giới hạn bởi các đường cong và đường tròn đã vẽ như trên, diện tích phần được tô màu gần nhất với giá trị nào dưới đây?



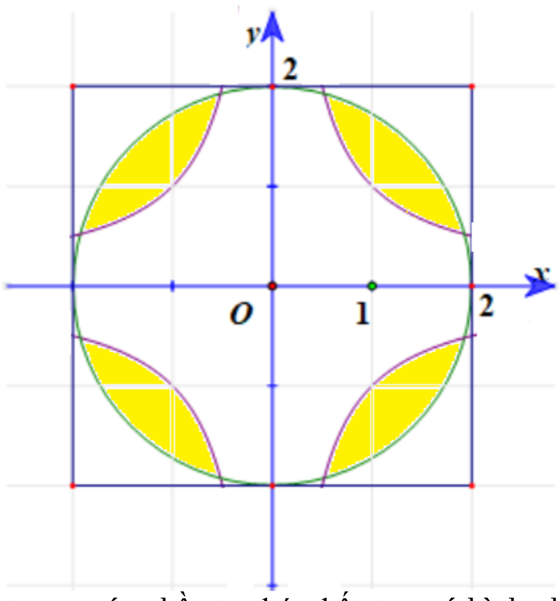
A. $311\left(cm^2\right)$. **B.** $272\left(cm^2\right)$. **C.** $213\left(cm^2\right)$. **D.** $136\left(cm^2\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Dễ thấy 4 phần hình phẳng cần tô màu có diện tích bằng nhau

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ và đơn vị trong hình tính theo *dm*.



Xét phần hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, toa có hình phẳng đó được giới hạn bởi nửa đường tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ và một phần của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong trên là

$$\sqrt{4-x^2}=\frac{1}{x}\Leftrightarrow x^4-4x^2+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2+\sqrt{3}}\\x=\sqrt{2-\sqrt{3}}\end{array}\right.\text{ (vì x>0)}$$

Diện tích phần tô màu là

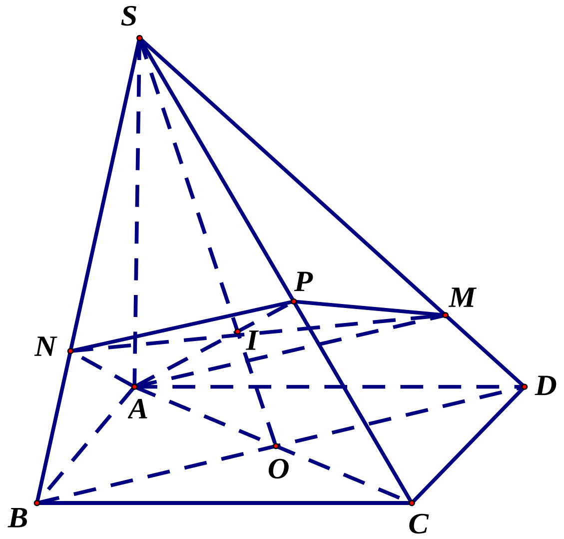
$$S=4\int_{\sqrt{2-\sqrt{3}}}^{\sqrt{2+\sqrt{3}}}\left(\sqrt{4-x^2}-\frac{1}{x}\right)dx\approx 3{,}11\left(dm^2\right)\approx 311\left(cm^2\right).$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tính giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $\frac{SN}{SB}=x;\frac{SM}{SD}=y;(x,y>0)$.

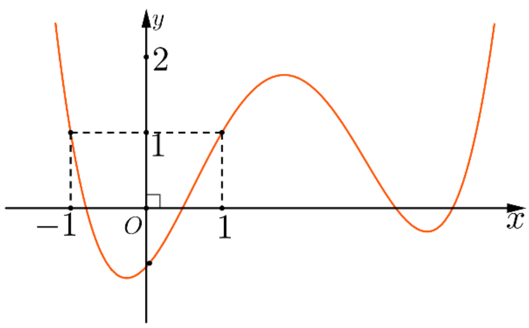
Ta có: $\frac{SB}{SN}+\frac{SD}{SM}=2\frac{SO}{SI}=3$. Suy ra $3=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq\frac{2}{\sqrt{xy}}\Leftrightarrow\sqrt{xy}\geq\frac{2}{3}$.

$\frac{V_{SANP}}{S_{SABC}}=\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{SN}{SB}\Rightarrow\frac{V_{SANP}}{V}=\frac{1}{4}.\frac{SN}{SB}$; $\frac{V_{SAPM}}{S_{SACD}}=\frac{SP}{SC}.\frac{SM}{SD}=\frac{1}{2}.\frac{SM}{SD}\Rightarrow\frac{V_{SAPM}}{V}=\frac{1}{4}.\frac{SM}{SD}$

Khi đó $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{SANP}+V_{SAPM}}{V}=\frac{1}{4}\left(\frac{SN}{SB}+\frac{SM}{SD}\right)=\frac{1}{4}(x+y)\geq\frac{1}{2}\sqrt{xy}\geq\frac{1}{3}$.

Dấu $"="$ xảy ra khi $x=y=\frac{2}{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$ bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ là một hàm đa thức. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x)=-f\left(2-x^2\right)+\frac{1}{3}x^6-2x^4+2x^2+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

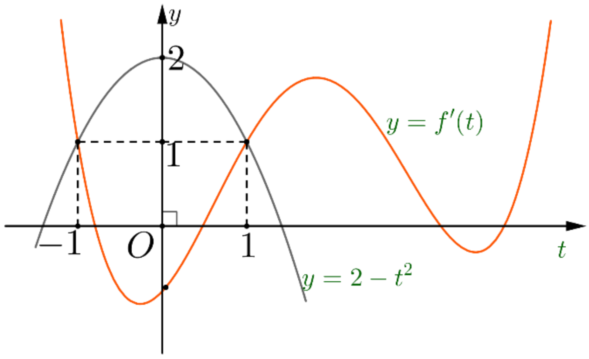
Chọn A

$g'(x)=2xf'\left(2-x^2\right)+2x^5-8x^3+4x=2x\left[f'\left(2-x^2\right)+x^4-4x^2+4-2\right]$

$=2x\left\{f'\left(2-x^2\right)-\left[2-\left(2-x^2\right)^2\right]\right\}$

Xét BPT $f'\left(2-x^2\right)-\left[2-\left(2-x^2\right)^2\right]\le 0 (1)$.

Đặt $t=2-x^2$, (1) trở thành $f'(t)\le 2-t^2$ (2)



Từ đồ thị hàm số ta có $(2)\Leftrightarrow -1\le t\le 1$ hay $-1\le 2-x^2\le 1\Leftrightarrow 1\le x^2\le 3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\sqrt{3}\le x\le -1 \\ 1\le x\le \sqrt{3} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng biến thiên ta chọn đáp án A.