ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM 2020
MÃ ĐỀ 132
MÔN TOÁN
THỜI GIAN: 90 PHÚT

ĐỀ BÀI

Câu 1. **[Mức độ 1]** Cho số phức z tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $z.\bar{z}=|z|^2$. **B.** $|z|=|\bar{z}|$. **C.** $|z|=|-z|$. **D.** $z^2=|z|^2$.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(1-2x)$ là

A. $y'=\dfrac{2}{(1-2x)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{-2\ln 3}{1-2x}$. **C.** $y'=\dfrac{-2}{(1-2x)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(1-2x)\ln 3}$.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=e^{-x}$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $AD=2$, $AA'=3$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 6 . **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2 . **D.** 3.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Cho hình nón có đường sinh $l=6$ và bán kính $r=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 12π . **B.** 24π . **C.** 8π . **D.** 72π .

Câu 6. **[Mức độ 1]** Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 32π . **B.** 16π . **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;-2;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;-2;3)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;2;3)$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Cho $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_2^3 2f(x)\mathrm{d}x=1$. Tính $I=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=2$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=0$.

Câu 9. **[Mức độ 1]** Một đội văn nghệ có 5 bạn nam và 3 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca?

A. $C_5^1.C_3^1$. **B.** A_8^2 . **C.** C_8^2 . **D.** $C_5^1+C_3^1$.

Câu 10. **[Mức độ 2]** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=3$. Hỏi có bao nhiêu số hạng của cấp số cộng nhỏ hơn 11?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=3$ là

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	3

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

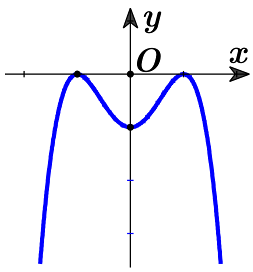
Câu 12. **[Mức độ 1]** Cho phương trình $4^x-3.2^{x+1}+2=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được phương trình nào sau đây ?

A. $t^2-3t+1=0$. **B.** $2t^2-3t+2=0$. **C.** $t^2-6t+2=0$. **D.** $t^2-3t+2=0$.

Câu 13. **[Mức độ 2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(1-2x)\ge\log_2 3$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $\left[-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 14. **[Mức độ 2]** Hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2-1$.

C. $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 15. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	1	↗	3

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 16. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

x	$-\infty$		0		1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	0	$+$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

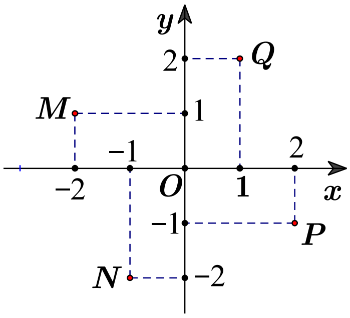
Câu 17. **[Mức độ 1]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 18. **[Mức độ 1]** Cho khối trụ có chiều cao $h=8$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 72π. **B.** 24π. **C.** 48π. **D.** 96π.

Câu 19. **[Mức độ 1]** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z' = -\overline{z}$.



A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Câu 20. **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y = \dfrac{1}{2x^2 + x}$. **B.** $y = 2x^2 + x$. **C.** $y = e^x$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$.

Câu 21. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;5)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;-2;0)$. **B.** $(1;0;5)$. **C.** $(0;-2;5)$. **D.** $(1;-2;0)$.

Câu 22. **[Mức độ 1]** Cho các số phức $z_1 = 1 - i, z_2 = -2 + 3i$. Tìm phần ảo của số phức $z = z_1 - z_2$.

A. -4. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 23. **[Mức độ 1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là

A. $e^x - \dfrac{x^2}{2} + C$. **B.** $e^x - 2 + C$. **C.** $e^x - 2x^2 + C$. **D.** $e^x - x^2 + C$.

Câu 24. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là

A. $f(2)$. **B.** $f(3)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(0)$.

Câu 25. **[Mức độ 2]** Hàm số $y = \ln\left(x^3 - 3x^2 + 1\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 4z - 11 = 0$. Bán kính của (S) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{67}$. **D.** $\sqrt{45}$.

Câu 27. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;5), N(3;1;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x + y - 2z + 4 = 0$. **B.** $x + y + 2z - 8 = 0$.

C. $2x + y - 4z + 10 = 0$. **D.** $x - y + 2z - 8 = 0$.

Câu 28. **[Mức độ 2]** Cho các số thực a, b thỏa mãn $\dfrac{2a-1}{b-2} = \log_2 3$. Giá trị của $\dfrac{3^b}{4^a}$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

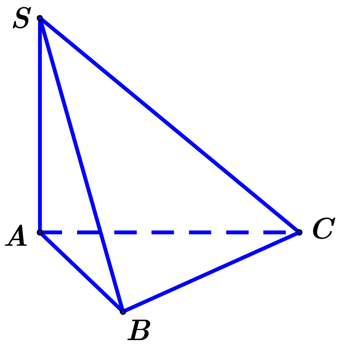
Câu 29. **[Mức độ 2]** Cho hình trụ có chiều cao bằng 6. Biết khi cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là hình chữ nhật có chu vi bằng 28. Diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A. 48π. **B.** 24π. **C.** 96π. **D.** 36π.

Câu 30. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-4)$, $\overrightarrow{u_2}=(0;1;1)$. Góc giữa hai vectơ đã cho bằng

A. $30°$. **B.** $150°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Câu 31. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng.

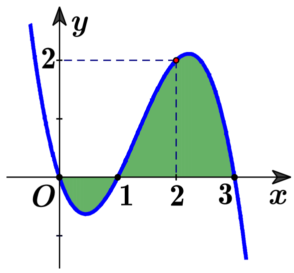


A. $60°$ **B.** $90°$ **C.** $45°$ **D.** $30°$

Câu 32. **[Mức độ 2]** Cho số phức z thỏa mãn $|z|-z=1+3i$. Tính tích của phần thực và phần ảo của z.

A. 7. **B.** 12. **C.** -12. **D.** -7.

Câu 33. **[Mức độ 3]** Cho $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.



A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{37}{12}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

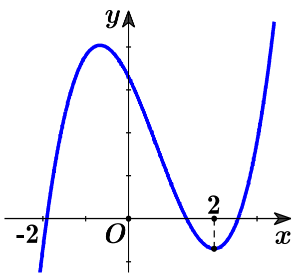
Câu 34. **[Mức độ 1]** Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sin x$ thì

A. $I=-\int_0^1 t^4\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_0^1 t^4\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int_0^1\left(1-t^2\right)^2\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int_0^1\left(1-t^2\right)^2\mathrm{d}t$.

Câu 35. **[Mức độ 2]** Cho số thực m và phương trình bậc hai $z^2+mz+1=0$. Khi phương trình không có nghiệm thực, gọi z_1,z_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của $T=|z_1-z_2|$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 36. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $ab<0$. **B.** $bc<0$. **C.** $ac<0$. **D.** $bd<0$.

Câu 37. **[Mức độ 2]** Phương trình $\ln\left(x^2-1\right).\ln(x+2).\ln(x+3)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 38. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=2+t\\z=2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-1=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;5)$, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-5}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-5}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+5}{5}$.

Câu 39. **[Mức độ 3]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $AB=a$, $\angle BAC=120^\circ$, $AA'=2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$. **D.** $16\pi a^2$.

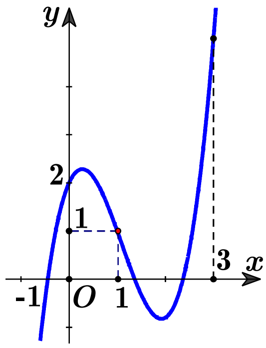
Câu 40. **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y=x^3+x^2+(1-m)x+2$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 5. **B.** 7. **C.** Vô số. **D.** 6.

Câu 41. **[Mức độ 3]** Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7, mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân) ?

A. $56{,}9$. **B.** $70{,}9$. **C.** $66{,}3$. **D.** $80{,}3$.

Câu 42. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $[-3;4]$, hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x}{2}+1\right)-\ln\left(x^2+8x+16\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

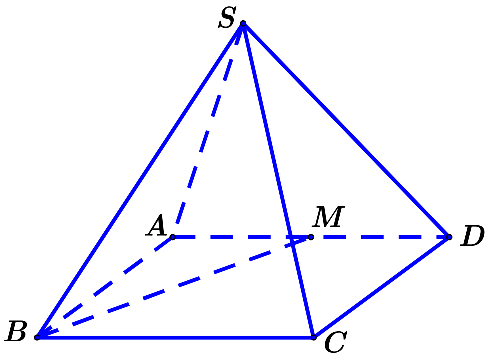
Câu 43. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $2f'(x^2)=9x\sqrt{f(x^2)}\ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{2}{3}$, tính giá trị $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 44. **[Mức độ 3]** Đội tuyển học sinh giỏi tỉnh môn Toán của trường X có 10 học sinh. Số thẻ dự thi của 10 em học sinh này được đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 10 em của đội tuyển. Tính xác suất để không có 2 học sinh nào trong 3 em được chọn có hiệu các số thẻ dự thi bằng 5.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 45. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, $SA = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ). Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BM bằng



A. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{93}a}{31}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a}{4}$.

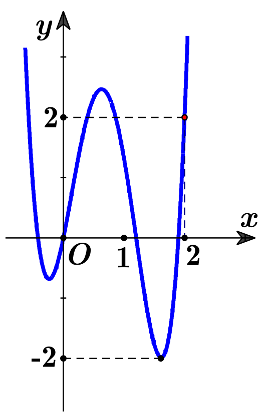
Câu 46. **[Mức độ 4]** Cho các số thực a,b thỏa mãn $a > b > 0$ và $\log_2(a-b) = \log_3(a+b)$. Khi biểu thức $P = \log_2 a + \log_2 b + 2\log_3(a+b) - 2\log_2(a^2+b^2)$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị $a-b$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(5;6)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 47. **[Mức độ 4]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y = \left|-x^4 + mx^3 + 2m^2x^2 + m - 1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. -1. **B.** 0. **C.** -2 **D.** 2.

Câu 48. **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(\left|x^3 - 3x\right|\right) = m$ có đúng 12 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-2;2]$?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Câu 49. **[Mức độ 4]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc mặt phẳng $ABCD$ và $SA = 2a$. Gọi O là giao điểm của

AC và BD, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC, OD. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện chứa đỉnh B bằng

A. $\frac{17a^3}{18}$. **B.** $\frac{19a^3}{54}$. **C.** $\frac{11a^3}{27}$. **D.** $\frac{19a^3}{18}$.

Câu 50. **[Mức độ 4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

$$\log_3\left(x^2+2mx+2m^2-1\right) \le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right)$$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2C	3C	4A	5A	6D	7A	8B	9A	10C	11D	12C	13C	14D	15C
16D	17B	18A	19B	20B	21A	22A	23D	24D	25C	26B	27A	28B	29A	30D
31D	32C	33B	34C	35A	36B	37C	38C	39A	40D	41B	42C	43C	44B	45A
46D	47A	48B	49B	50A										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **[Mức độ 1]** Cho số phức z tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $z.\bar{z}=|z|^2$. **B.** $|z|=|\bar{z}|$. **C.** $|z|=|-z|$. **D.** $z^2=|z|^2$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi$ với $a\,;\,b\in\mathbb{R}$.

Lúc đó $|z|^2=a^2+b^2$.

Mặt khác $z^2=(a+bi)^2=a^2+2abi+b^2i^2=a^2-b^2+2abi$.

Do đó $z^2\neq|z|^2$. Chọn đáp án D.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(1-2x)$ là

A. $y'=\dfrac{2}{(1-2x)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{-2\ln 3}{1-2x}$. **C.** $y'=\dfrac{-2}{(1-2x)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(1-2x)\ln 3}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{(1-2x)'}{(1-2x)\ln 3}=\dfrac{-2}{(1-2x)\ln 3}$.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=e^{-x}$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y=2^x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $y'=2^x\ln 2>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $AD=2$, $AA'=3$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 6. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Thể tích của khối hộp đã cho bằng: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AD.AA'=1.2.3=6$.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Cho hình nón có đường sinh $l=6$ và bán kính $r=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 8π. **D.** 72π.

Lời giải

Ta có diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=\pi.2.6=12\pi$.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 32π. **B.** 16π. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Thể tích khối cầu đã cho là: $V=\dfrac{4\pi R^3}{3}=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;-2;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;-2;3)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;2;3)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ có VTPT $\vec{n}=(1;-2;3)$

Do đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên VTCP của d cùng phương với VTPT của $(P) \Rightarrow$ VTCP của d là $\vec{u}_1=(1;-2;3)$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Cho $\int_1^3 f(x)\,dx=2$ và $\int_2^3 2f(x)\,dx=1$. Tính $I=\int_1^2 f(x)\,dx$.

A. $I=2$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Ta có $\int_2^3 2f(x)\,dx=1 \Leftrightarrow \int_2^3 f(x)\,dx=\dfrac{1}{2}$.

Do đó $I=\int_1^2 f(x)\,dx=\int_1^3 f(x)\,dx-\int_2^3 f(x)\,dx=2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 9. **[Mức độ 1]** Một đội văn nghệ có 5 bạn nam và 3 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca?

A. $C_5^1.C_3^1$. **B.** A_8^2. **C.** C_8^2. **D.** $C_5^1+C_3^1$.

Lời giải

Số cách chọn 1 bạn nam: C_5^1.

Số cách chọn 1 bạn nam: C_3^1.

Số cách chọn 1 nam 1 nữ đi thi văn nghệ là $C_5^1.C_3^1$.

Câu 10. **[Mức độ 2]** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=3$. Hỏi có bao nhiêu số hạng của cấp số cộng nhỏ hơn 11?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=3$.

Suy ra dãy cấp số cộng (u_n): 2; 5; 8; 11; 14; …

Vậy có 3 số hạng của cấp số cộng nhỏ hơn 11.

Câu 11. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm của phương trình $f(x)=3$ là

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)=3$ là số điểm chung của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=3$.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra phương trình $f(x)=3$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1<0$ và $x_2=2$.

Câu 12. **[Mức độ 1]** Cho phương trình $4^x-3.2^{x+1}+2=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được phương trình nào sau đây ?

A. $t^2-3t+1=0$. **B.** $2t^2-3t+2=0$. **C.** $t^2-6t+2=0$. **D.** $t^2-3t+2=0$.

Lời giải

Phương trình $4^x-3.2^{x+1}+2=0 \Leftrightarrow 4^x-6.2^x+2=0$.

Đặt $t=2^x$, $t>0$.

Ta được phương trình: $t^2-6t+2=0$.

Câu 13. **[Mức độ 2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(1-2x)\ge\log_2 3$ là

A. $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $\left[-1;\frac{1}{2}\right)$.

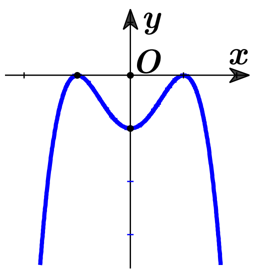
Lời giải

Điều kiện: $1-2x>0 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_2(1-2x)\ge\log_2 3 \Leftrightarrow 1-2x\ge 3 \Leftrightarrow -2x\ge 2 \Leftrightarrow x\le -1$.

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-\infty;-1]$.

Câu 14. **[Mức độ 2]** Hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2-1$.

C. $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Đồ thị như hình là của một hàm số bậc 4 trùng phương.

Đồ thị có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu khi và chỉ khi $a<0$; $b>0$.

Vậy chọn đáp án D.

Câu 15. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	3

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải

Dựa theo bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ thì hàm số đồng biến trên $(0;2)$ và $(4;+\infty)$.

Mà $(1;2)\subset(0;2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 16. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

x	$-\infty$		0		1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$+$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, và đổi dấu từ "+" sang "$-$" tại duy nhất điểm $x=1$. Suy ra hàm số có một điểm cực đại tại $x=1$.

Câu 17. **[Mức độ 1]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Ta có : $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2.2a=\frac{2a^3}{3}$.

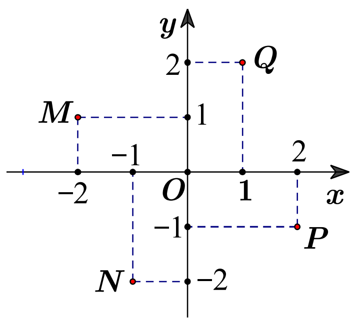
Câu 18. **[Mức độ 1]** Cho khối trụ có chiều cao $h=8$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 72π. **B.** 24π. **C.** 48π. **D.** 96π.

Lời giải

Ta có : $V=\pi r^2h=\pi.3^2.8=72\pi$.

Câu 19. **[Mức độ 1]** Cho số phức $z=1-2i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z'=-\overline{z}$.



A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Lời giải

$z'=-\overline{z}=-1-2i$ có điểm biểu diễn là $N(-1;-2)$.

Câu 20. **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{1}{2x^2+x}$. **B.** $y=2x^2+x$. **C.** $y=e^x$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$.

Lời giải

Đồ thị của hàm số $y=2x^2+x$ không có tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(2x^2+x\right)=+\infty$

Câu 21. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;5)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;-2;0)$. **B.** $(1;0;5)$. **C.** $(0;-2;5)$. **D.** $(1;-2;0)$.

Lời giải

Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $A(x;y;z)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;y;0)$.

Câu 22. **[Mức độ 1]** Cho các số phức $z_1=1-i, z_2=-2+3i$. Tìm phần ảo của số phức $z=z_1-z_2$.

A. -4. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $z=z_1-z_2=(1-i)-(-2+3i)=3-4i$.

Câu 23. **[Mức độ 1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=e^x-2x$ là

A. $e^x-\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** e^x-2+C. **C.** e^x-2x^2+C. **D.** e^x-x^2+C.

Lời giải

Ta có $\int\left(e^x-2x\right)\mathrm{d}x=e^x-x^2+C$.

Câu 24. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;3\right]$ là

A. $f\left(2\right)$. **B.** $f\left(3\right)$. **C.** $f\left(-1\right)$. **D.** $f\left(0\right)$.

Lời giải

$$f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x-2\right)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=2\end{array}\right.$$

x	$-\infty$	-1		0		2		3	$+\infty$
$f'(x)$		0	$-$	0	$+$	0	$+$	|	
$f(x)$		$f(-1)$	$\searrow$	$f(0)$		$\nearrow$		$f(3)$	

Do đó $\min\limits_{[-1;3]}f\left(x\right)=f\left(0\right)$.

Câu 25. **[Mức độ 2]** Hàm số $y=\ln\left(x^3-3x^2+1\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Hàm số $y=\ln\left(x^3-3x^2+1\right)$ xác định khi $x^3-3x^2+1>0\left(*\right)$

Ta có $y'=\dfrac{3x^2-6x}{x^3-3x^2+1}$, $y'=0\Rightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Ta thấy $x=0$ thỏa mãn $(*)$

$y''=\dfrac{-3x^4+12x^3-18x^2+6x-6}{\left(x^3-3x^2+1\right)^2}\Rightarrow y''(0)=-6<0$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ nên hàm số có một điểm cực trị.

Câu 26. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-11=0$. Bán kính của (S) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{67}$. **D.** $\sqrt{45}$.

Lời giải

Bán kính của mặt cầu (S) là: $R=\sqrt{(-1)^2+(3)^2+(-2)^2-(-11)}=5$.

Câu 27. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;5), N(3;1;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+y-2z+4=0$. **B.** $x+y+2z-8=0$.
C. $2x+y-4z+10=0$. **D.** $x-y+2z-8=0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của MN, ta có: $I(2;0;3)$.

$\overrightarrow{MN}=(2;2;-4)$.

Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng MN đi qua $I(2;0;3)$ và vuông góc với MN nên nhận $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MN}=(1;1;-2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P): $1(x-2)+1(y-0)-2(z-3)=0\Leftrightarrow x+y-2z+4=0$.

Câu 28. **[Mức độ 2]** Cho các số thực a, b thỏa mãn $\dfrac{2a-1}{b-2}=\log_2 3$. Giá trị của $\dfrac{3^b}{4^a}$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

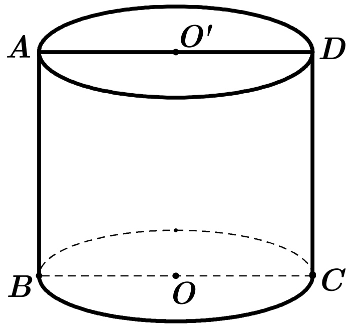
Ta có $\dfrac{2a-1}{b-2}=\log_2 3\Leftrightarrow 2a-1=(b-2)\log_2 3\Leftrightarrow 2a+2\log_2 3-1=b\log_2 3$

$\Leftrightarrow \log_2 2^{2a}+\log_2 9-\log_2 2=\log_2 3^b\Leftrightarrow \log_2 3^b-\log_2 4^a=\log_2\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow\dfrac{3^b}{4^a}=\dfrac{9}{2}$.

Câu 29. **[Mức độ 2]** Cho hình trụ có chiều cao bằng 6. Biết khi cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là hình chữ nhật có chu vi bằng 28. Diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A. 48π. **B.** 24π. **C.** 96π. **D.** 36π.

Lời giải



Gọi h, R là chiều cao , bán kính hình trụ. Chọn thiết diện $ABCD$ như hình vẽ

Ta có : chu vi hình chữ nhật bằng 28 $\Leftrightarrow 2(AB+BC)=28 \Leftrightarrow AB+BC=14$

Mà $h=AB=6 \Rightarrow BC=8 \Leftrightarrow R=4 \Rightarrow S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.4.6=48\pi$.

Câu 30. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-4)$, $\overrightarrow{u_2}=(0;1;1)$. Góc giữa hai vectơ đã cho bằng

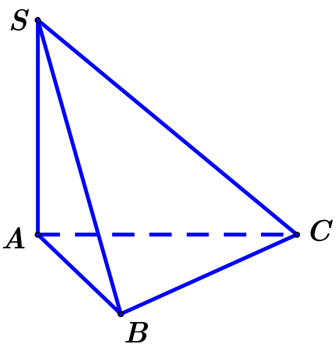
A. $30°$. **B.** $150°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\cos\left(\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right)=\dfrac{\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|\left|\overrightarrow{u_2}\right|}$.

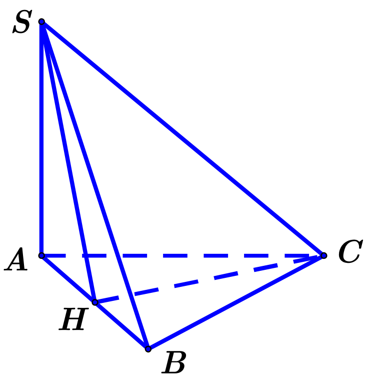
$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right)=\dfrac{-3}{\sqrt{18}.\sqrt{2}}=\dfrac{-1}{2} \Rightarrow \left(\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right)=120°$.

Câu 31. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng.



A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Trên $mp(ABC)$: dựng $CH \perp AB$ tại $H \Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; AH = \dfrac{a}{2}$

Mà: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CH \Rightarrow CH \perp (SAB)$

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB).

Nên: $\left(\widehat{SC,(SAB)}\right) = \left(\widehat{SC,SH}\right) = \widehat{CSH}$.

Xét tam giác SAH vuông tại A: $SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \dfrac{3a}{2}$

Xét tam giác SHC vuông tại H: $\tan\widehat{HSC} = \dfrac{HC}{HS} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{3a}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{HSC} = 30^\circ$.

Câu 32. **[Mức độ 2]** Cho số phức z thỏa mãn $|z| - z = 1 + 3i$. Tính tích của phần thực và phần ảo của z.

A. 7. **B.** 12. **C.** -12. **D.** -7.

Lời giải

Giả sử $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z| - z = 1 + 3i \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - a - bi = 1 + 3i$

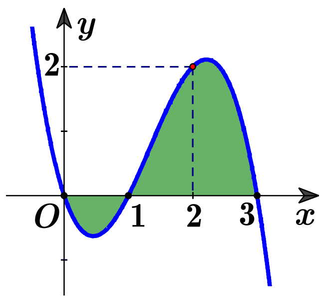
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} - a = 1 \\ -b = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 9} - a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 9 = a^2 + 2a + 1 \\ a \geq -1 \\ b = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases}.$$

Khi đó: $a.b = 4.(-3) = -12$.

Câu 33. **[Mức độ 3]** Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.



A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{37}{12}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Gọi $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm $O(0;0), A(1;0), B(3;0), C(2;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0 = a.0^3 + b.0^2 + c.0 + d \\ 0 = a.1^3 + b.1^2 + c.1 + d \\ 0 = a.3^3 + b.3^2 + c.3 + d \\ 2 = a.2^3 + b.2^2 + c.2 + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 0 \\ 27a + 9b + 3c = 0 \\ 8a + 4b + 2c = 2 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = -3 \\ d = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow y = -x^3 + 4x^2 - 3x$

Do đó

$$S = \int_0^1 \left| -x^3 + 4x^2 - 3x \right| \mathrm{d}x + \int_1^3 \left| -x^3 + 4x^2 - 3x \right| \mathrm{d}x = \int_0^1 \left(x^3 - 4x^2 + 3x \right) \mathrm{d}x + \int_1^3 \left(-x^3 + 4x^2 - 3x \right) \mathrm{d}x$$

$S = \dfrac{37}{12}$.

Câu 34. **[Mức độ 1]** Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t = \sin x$ thì

A. $I = -\int_0^1 t^4 \mathrm{d}t$. **B.** $I = \int_0^1 t^4 \mathrm{d}t$. **C.** $I = \int_0^1 \left(1 - t^2\right)^2 \mathrm{d}t$. **D.** $I = -\int_0^1 \left(1 - t^2\right)^2 \mathrm{d}t$.

Lời giải

Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x.\cos x\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \sin^2 x\right)^2 .\cos x\mathrm{d}x$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x\mathrm{d}x.$

Đổi cận: $\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

Suy ra: $I = \int_0^1 \left(1 - t^2\right)^2 \mathrm{d}t$.

Câu 35. **[Mức độ 2]** Cho số thực m và phương trình bậc hai $z^2 + mz + 1 = 0$. Khi phương trình không có nghiệm thực, gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của $T = \left| z_1 - z_2 \right|$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Xét phương trình $z^2 + mz + 1 = 0$ có $\Delta = m^2 - 4$

Vì phương trình không có nghiệm thực nên $\Delta < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

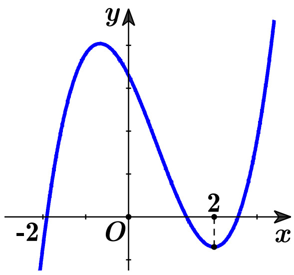
Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình ta có:

$z_1 = \dfrac{-m + i\sqrt{4 - m^2}}{2}$; $z_2 = \dfrac{-m - i\sqrt{4 - m^2}}{2}$

Do đó: $T = \left| z_1 - z_2 \right| = \left| i\sqrt{4 - m^2} \right| = \sqrt{4 - m^2} \le 2$

Vậy GTLN của T là 2 khi $m = 0$ (thỏa mãn ĐK).

Câu 36. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $ab < 0$. **B.** $bc < 0$. **C.** $ac < 0$. **D.** $bd < 0$.

Lời giải

Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, y' = 3ax^2 + 2bx + c$

+ $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty; \lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương, suy ra $d > 0$.

+ Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu $x_1 \in (-2;0), x_2 = 2$ do đó $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên $\frac{c}{3a} < 0$ mà $a > 0$ suy ra $c < 0$. Mặt khác $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow -\frac{2b}{3a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0$ mà $a > 0$ suy ra $b < 0$.

Vậy $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \\ d > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bc > 0 \\ ac < 0 \\ bd < 0 \end{cases}$.

Câu 37. **[Mức độ 2]** Phương trình $\ln\left(x^2 - 1\right).\ln(x+2).\ln(x+3) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x^2 > 1 \\ x > -2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ -2 < x < -1 \end{array}\right.$.

$\ln\left(x^2 - 1\right).\ln(x+2).\ln(x+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = 1 \\ x + 2 = 1 \\ x + 3 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2} \\ x = -1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

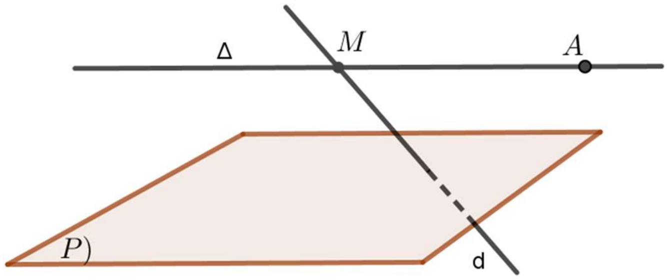
Đối chiếu điều kiện ta suy ra $x = -\sqrt{2}$ và $x = \sqrt{2}$ là các nghiệm của phương trình.
Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 38. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;5)$, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{5}$.

Lời giải



Giả sử $\Delta \cap d = M \Rightarrow M\left(2;2+t;2t\right)$. Ta có $\overrightarrow{AM} = \left(1;t;2t-5\right)$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ.

Lại có $\overrightarrow{n_P} = \left(2;1;1\right)$ là 1 VTPT của mặt phẳng $\left(P\right)$.

Vì $\Delta//\left(P\right) \Rightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_P} = 0 \Leftrightarrow 1.2 + t.1 + \left(2t-5\right).1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1;1;-3)$.

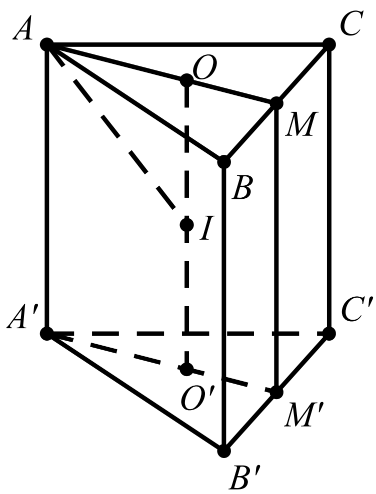
Vậy đường thẳng Δ đi qua $A\left(1;2;5\right)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (1;1;-3)$ làm 1 VTCP có phương trình

$\Delta : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-5}{-3}$.

Câu 39. **[Mức độ 3]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $AB = a$, $\angle BAC = 120°$, $AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$ và gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC, A'B'C'$. Ta có $O \in AM, O' \in A'M'$ và $OO' = AA' = 2a$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thì I là trung điểm của OO' và IA là bán kính mặt cầu.

$BC^2 = 2AB^2 - 2AB^2\cos 120° = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

$AO = \dfrac{AB.BC.CA}{4S_{\Delta ABC}} = \dfrac{a.a\sqrt{3}.a}{4.\dfrac{1}{2}.a.a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = a$.

Do đó $IA = \sqrt{IO^2 + AO^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $4\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2 = 8\pi a^2$.

Câu 40. **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (1-m)x + 2$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 5. **B.** 7. **C.** Vô số. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 2x + 1 - m$.

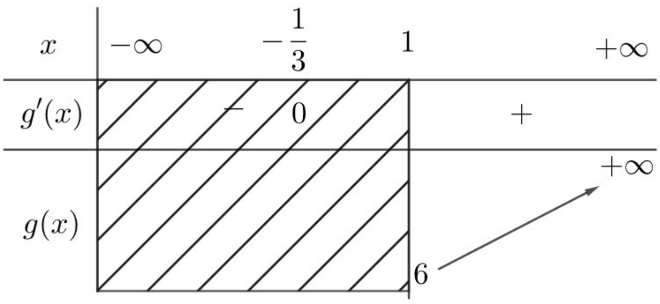
YCBT $\Leftrightarrow y' \ge 0 \ \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 1 - m \ge 0 \ \forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 1 \ge m \ \forall x \in (1;+\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 + 2x + 1$ có $g'(x) = 6x + 2$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào BBT ta có YCBT $\Leftrightarrow m \le 6$. Do m nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 41. **[Mức độ 3]** Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7, mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân) ?

A. $56,9$. **B.** $70,9$. **C.** $66,3$. **D.** $80,3$.

Lời giải

Gọi a là doanh thu tháng 6, r là mức tăng doanh thu hàng tháng.

Doanh thu tháng 7: $a.(1+r)$

Doanh thu tháng 8: $a(1+r)^2$

…

Doanh thu tháng 12: $a(1+r)^6$

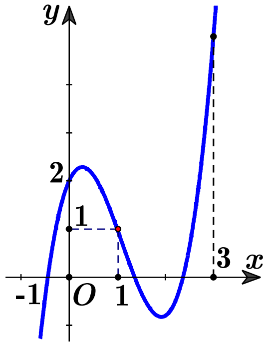
Tổng doanh thu dự kiến 6 tháng cuối năm là:

$$T = a(1+r) + a(1+r)^2 + ... + a(1+r)^6 = a(1+r)\frac{(1+r)^6 - 1}{r}$$

Thay số: $T = \dfrac{6}{10\%}.[(1+10\%)^6 - 1].(1+10\%) \approx 50,9$

Vậy, doanh thu cả năm theo chỉ tiêu của công ty A là $20 + 50,9 = 70,9$ (tỷ đồng).

Câu 42. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $[-3;4]$, hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2}+1\right) - \ln\left(x^2+8x+16\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

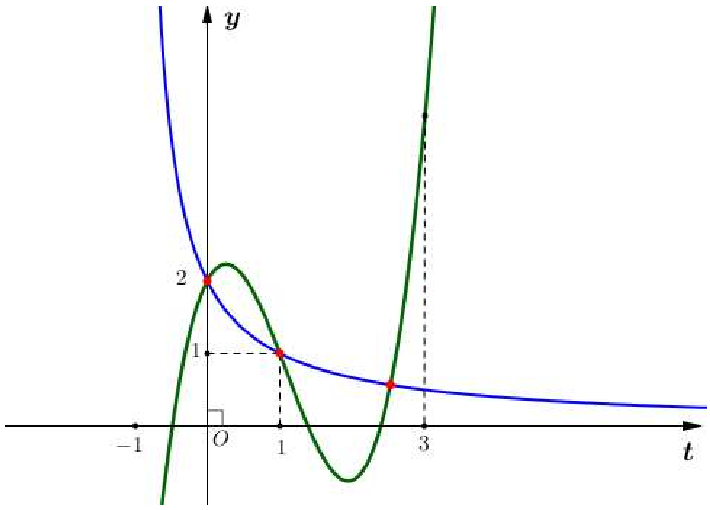
Lời giải

Ta có $g'(x) = \frac{1}{2}f'\left(\frac{x}{2}+1\right) - \frac{2(x+4)}{(x+4)^2} = \frac{1}{2}f'\left(\frac{x}{2}+1\right) - \frac{2}{(x+4)}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{2}+1\right) = \frac{4}{x+4}$ (1)

Đặt $t = \frac{x}{2}+1$, vì $x \in [-3;4] \Rightarrow t \in \left[-\frac{1}{2};3\right]$

Phương trình (1) trở thành $f'(t) = \frac{2}{t+1}$



Từ đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và đường cong $y = \frac{2}{t+1}$ ta có

$$f'(t) = \frac{2}{t+1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 1 \\ t = a \ \ (1 < a < 3). \end{array}\right.$$

Suy ra

$$\left[\begin{array}{l}\frac{x}{2}+1=0\\ \frac{x}{2}+1=1\\ \frac{x}{2}+1=a\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=0\\ x=2(a-1)\end{array}\right..$$

Vậy hàm số $g(x)=f\left(\frac{x}{2}+1\right)-\ln\left(x^2+8x+16\right)$ có điểm 3 cực trị.

Câu 43. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $2f'(x^2)=9x\sqrt{f(x^2)}\ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$, tính giá trị $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

$$2f'(x^2)=9x\sqrt{f(x^2)} \Leftrightarrow \frac{2x.f'\left(x^2\right)}{2\sqrt{f\left(x^2\right)}}=\frac{9x^2}{2} \Leftrightarrow \frac{\left[f\left(x^2\right)\right]'}{2\sqrt{f\left(x^2\right)}}=\frac{9}{2}x^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{f\left(x^2\right)}=\frac{9}{2}\int x^2\mathrm{d}x=\frac{3}{2}x^3+C$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}\Rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}.\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3+C\Rightarrow C=0$$

Vậy $\sqrt{f(x^2)}=\frac{3}{2}x^3\Rightarrow f\left(x^2\right)=\frac{9}{4}x^6\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{12}$.

Câu 44. **[Mức độ 3]** Đội tuyển học sinh giỏi tỉnh môn Toán của trường X có 10 học sinh. Số thẻ dự thi của 10 em học sinh này được đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 10 em của đội tuyển. Tính xác suất để không có 2 học sinh nào trong 3 em được chọn có hiệu các số thẻ dự thi bằng 5.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{10}^3=120$.

Các cặp thẻ có hiệu các số thẻ dự thi bằng 5 là: $(1;6),(2;7),(3;8),(4;9),(5,10)$.

Gọi A là biến cố: không có 2 học sinh nào trong 3 em được chọn có hiệu các số thẻ dự thi bằng 5.

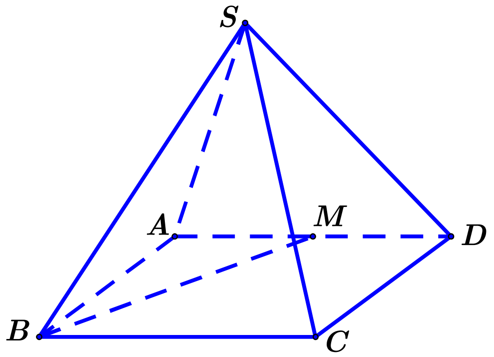
Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: có 2 học sinh trong 3 em được chọn có hiệu các số thẻ dự thi bằng 5. Khi đó 2 em học sinh sẽ được chọn một trong năm cặp kể trên và em thứ 3 chọn bất kỳ từ các em học sinh còn lại.

Suy ra $n\left(\overline{A}\right)=C_5^1.C_8^1=40$.

Suy ra xác suất của biến cố $\overline{A}$ là $P\left(\overline{A}\right)=\frac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$.

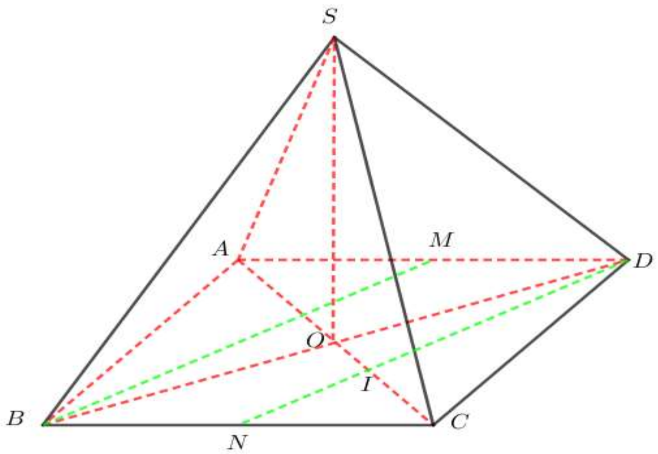
Suy ra xác suất của biến cố A là $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Câu 45. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=2a$, $SA=\sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ). Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BM bằng



A. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{93}a}{31}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a}{4}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, N là trung điểm của BC, DN cắt AC tại I

$\Rightarrow AC=2a\sqrt{2}$, $OI=\frac{OC}{3}=\frac{AC}{6}=\frac{a\sqrt{2}}{3}$, $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=a$.

$O.SID$ là tam diện vuông tại O

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2(O,(SID))}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OI^2}+\frac{1}{OD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{(a\sqrt{2})^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\frac{6}{a^2}\Rightarrow d(O,(SID))=\frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$BM\,//\,BN\Rightarrow BM\,//\,(SID)\Rightarrow d(BM,SD)=d(B,(SID))=2d(O,(SID))=2\cdot\frac{a\sqrt{6}}{6}=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 46. **[Mức độ 4]** Cho các số thực a,b thỏa mãn $a>b>0$ và $\log_2(a-b)=\log_3(a+b)$. Khi biểu thức $P=\log_2 a+\log_2 b+2\log_3(a+b)-2\log_2(a^2+b^2)$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị $a-b$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(5;6)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Đặt: $\begin{cases} 0 < a-b = 2^t \\ 0 < a+b = 3^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 2ab + b^2 = 4^t \\ a^2 + 2ab + b^2 = 9^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = \dfrac{9^t + 4^t}{2} \\ ab = \dfrac{9^t - 4^t}{4} \end{cases}$

$P = \log_2 ab + 2\log_3 (a+b) - 2\log_2 (a^2 + b^2)$

$= \log_2 \dfrac{9^t - 4^t}{4} + 2t - 2\log_2 \dfrac{9^t + 4^t}{2} = \log_2 \dfrac{9^t - 4^t}{(9^t + 4^t)^2} + 2t = \log_2 \dfrac{36^t - 16^t}{(9^t + 4^t)^2}$

Đặt $S = \dfrac{36^t - 16^t}{(9^t + 4^t)^2} = \dfrac{\left(\frac{9}{4}\right)^t - 1}{\left(\frac{9}{4}\right)^{2t} + 2\left(\frac{9}{4}\right)^t + 1} = \dfrac{k-1}{k^2 + 2k + 1}$ với $k = \left(\frac{9}{4}\right)^t$

P đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi S đạt giá trị lớn nhất.

Giả sử S có giá trị lớn nhất. Suy ra phương trình $Sk^2 + (2S-1)k + S + 1 = 0$ có nghiệm.

$\Rightarrow \Delta = (2S-1)^2 - 4S(S+1) \geq 0 \Leftrightarrow S \leq \dfrac{1}{8}$.

Suy ra S đạt GTLN bằng $\dfrac{1}{8}$ khi $k = 3 \Rightarrow \left(\dfrac{9}{4}\right)^t = 3 \Leftrightarrow t = \log_{\frac{9}{4}} 3$.

Do đó P đạt GTLN bằng $\log_2 \dfrac{1}{8} = -3$ khi $t = \log_{\frac{9}{4}} 3$.

Khi đó $\log_2 (a-b) = t = \log_{\frac{9}{4}} 3 \Leftrightarrow a - b = 2^{\log_{\frac{9}{4}} 3} \approx 2,5$.

Câu 47. **[Mức độ 4]** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y = \left|-x^4 + mx^3 + 2m^2x^2 + m - 1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. -1. **B.** 0. **C.** -2 **D.** 2.

Lời giải

Đặt $g(x) = -x^4 + mx^3 + 2m^2x^2 + m - 1$ và $g'(x) = -4x^3 + 3mx^2 + 4m^2x = -x(4x^2 - 3mx - 4m^2)$

Hàm số $y = f(x) = \left|-x^4 + mx^3 + 2m^2x^2 + m - 1\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} g(1) \geq 0 \\ g'(x) \geq 0, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} g(1) \leq 0 \\ g'(x) \leq 0, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases}$

TH 1: $\begin{cases} g(1) \geq 0 \\ g'(x) \geq 0, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 \geq 0 \\ 4x^2 - 3mx - 4m^2 \leq 0, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases}$

Hệ vô nghiệm vì $\lim\limits_{x \to +\infty} (4x^2 - 3mx - 4m^2) = +\infty$.

TH 2: $\begin{cases} g(1) \leq 0 \\ g'(x) \leq 0, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 \leq 0 \\ 4x^2 - 3mx - 4m^2 \geq 0, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \leq m \leq \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ 4x^2 - 3mx - 4m^2 \geq 0, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases}$

Ta có $4x^2-3mx-4m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{73}}{8}m \\ x=\dfrac{3-\sqrt{73}}{8}m \end{array}\right.$

+ Với $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \le m \le 0$ thì $4x^2-3mx-4m^2 \ge 0, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{73}}{8}m \le 1 \Leftrightarrow m \ge \dfrac{8}{3-\sqrt{73}}$

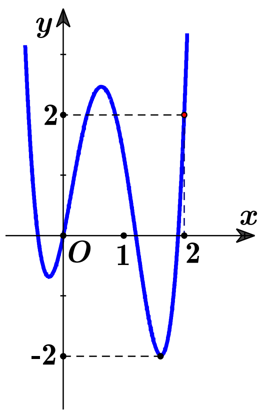
$\Rightarrow \dfrac{8}{3-\sqrt{73}} \le m \le 0, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1;0\}$

+ Với $0 < m \le \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ thì $4x^2-3mx-4m^2 \ge 0, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \dfrac{3+\sqrt{73}}{8}m \le 1 \Leftrightarrow m \le \dfrac{8}{3+\sqrt{73}}$

$\Rightarrow 0 < m \le \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \varnothing$.

Kết luận: $S=\{-1;0\}$ nên tổng phần tử của S là -1

Câu 48. **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)=m$ có đúng 12 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-2;2]$?



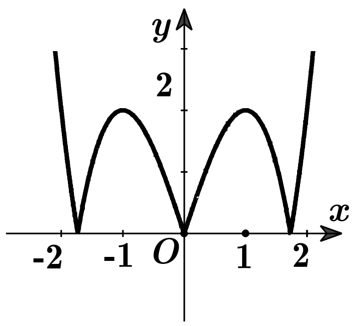
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

FB tác giả: Vu Khien

Đặt $t=\left|x^3-3x\right|, x \in [-2;2] \Rightarrow t \in [0;2]$.

Ta có đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|$ như sau



Khi đó $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)=m \Leftrightarrow f(t)=m, t \in [0;2]$.

Dựa vào đồ thị $y=f(x)$ ta có các trường hợp sau

Th1: $m=-2$ khi đó $f\left(t\right)=-2 \Leftrightarrow t=a, a\in\left(0;2\right)$, dựa vào đồ thị $y=\left|x^3-3x\right|$ ta suy ra phương trình nên $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)=-2$ có 6 nghiệm phân biệt.

Th2: $m=-1$ khi đó $f\left(t\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=a_1 \\ t=a_2 \end{array}\right., \left(a_1, a_2\in\left(0;2\right)\right)$, dựa vào đồ thị $y=\left|x^3-3x\right|$ ta suy ra phương trình với $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)=-1$ có 12 nghiệm phân biệt.

Th3: $m=0$ khi đó $f\left(t\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=b_1 \\ t=b_2 \end{array}\right., \left(b_1, b_2\in\left(0;2\right)\right)$, dựa vào đồ thị $y=\left|x^3-3x\right|$ ta thấy phương trình $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)=0$ có 15 nghiệm phân biệt.

Th4: $m=1$ khi đó $f\left(t\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=c_1 \\ t=c_2 \\ t=c_3 \end{array}\right., \left(c_1, c_2, c_3\in\left(0;2\right)\right)$, dựa vào đồ thị $y=\left|x^3-3x\right|$ ta thấy phương trình $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)=1$ có 18 nghiệm phân biệt.

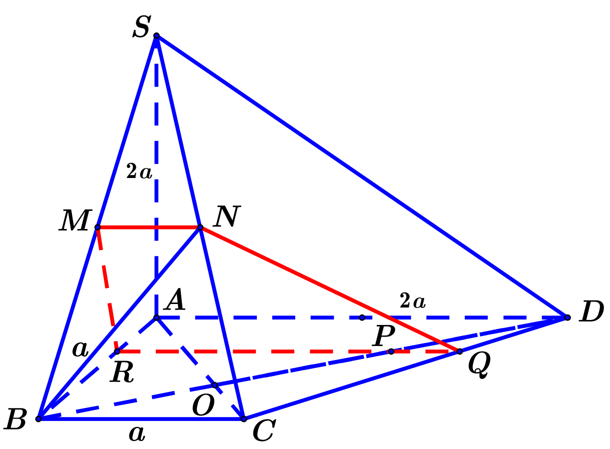
Th5: $m=2$ khi đó $f\left(t\right)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=d_1 \\ t=d_2 \\ t=d_3 \end{array}\right., \left(d_1, d_2, d_3\in\left(0;2\right)\right)$, dựa vào đồ thị $y=\left|x^3-3x\right|$ ta thấy phương trình $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)=2$ có 18 nghiệm phân biệt.

Vậy có 1 giá trị nguyên m thỏa ycbt.

Câu 49. **[Mức độ 4]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, SA vuông góc mặt phẳng $ABCD$ và $SA=2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SC, OD. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện chứa đỉnh B bằng

A. $\dfrac{17a^3}{18}$. **B.** $\dfrac{19a^3}{54}$. **C.** $\dfrac{11a^3}{27}$. **D.** $\dfrac{19a^3}{18}$.

Lời giải



Do $MN // BC$ nên $BC // (MNP)$. Trong $(ABCD)$ dựng đường thẳng qua P song song BC cắt AB, CD tại R, Q.

Ta có $V_{MNQRBC}=V_{N.BCQR}+V_{N.MRB}$ (1)

$\Delta BOC \backsim \Delta DOA \Rightarrow \dfrac{OB}{OD}=\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow BO=\dfrac{1}{3}BD$

$\Delta BPR \backsim \Delta BDA \Rightarrow \dfrac{PR}{AD}=\dfrac{BP}{PD}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow PR=\dfrac{2}{3}AD=\dfrac{4a}{3}$, $BR=\dfrac{2}{3}AB=\dfrac{2}{3}a$

$\Delta DPQ \backsim \Delta DBC \Rightarrow \dfrac{DP}{DB}=\dfrac{PQ}{BC}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow PQ=\dfrac{1}{3}BC=\dfrac{a}{3}$ nên $RQ=RP+PQ=\dfrac{4a}{3}+\dfrac{a}{3}=\dfrac{5a}{3}$

$d(N,(BCQR))=\dfrac{1}{2}SA=a$ nên $V_{N.BCQR}=\dfrac{1}{3}a\dfrac{\left(\dfrac{5a}{3}+a\right)\dfrac{2a}{3}}{2}=\dfrac{8a^3}{27}$ (2)

Mặt khác $\begin{cases} MN \,//\, BC \\ BC\perp (SAB)\end{cases}\Rightarrow MN\perp (SAB)\Rightarrow d(N,(BRM))=MN=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{a}{2}$

$S_{BRM}=\dfrac{2}{3}S_{ABM}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}S_{ABC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}SA.AB=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.2a.a=\dfrac{a^2}{3}$

$V_{N.MRB}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2}{3}=\dfrac{a^3}{18}$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra

$V_{MNQRBC}=V_{N.BCQR}+V_{N.MRB}=\dfrac{8a^3}{27}+\dfrac{a^3}{18}=\dfrac{19a^3}{54}$

Câu 50. **[Mức độ 4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

$$\log_3\left(x^2+2mx+2m^2-1\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right).$$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

$\log_3\left(x^2+2mx+2m^2-1\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right)$ $(*)$.

Điều kiện $\begin{cases} x^2+2mx+2m^2-1>0 \\ x^2+2x+3>0 \\ x^2+3>0\end{cases}\Leftrightarrow x^2+2mx+2m^2-1>0$.

Để bất phương trình $(*)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì trước hết $x^2+2mx+2m^2-1>0$ phải có nghiệm với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điều này tương đương với

$\begin{cases} a>0 \\ \Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 1>0 \\ m^2-\left(2m^2-1\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow 1-m^2<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1\end{array}\right.(1)$.

Với $x=-1$ thì $(*)$ trở thành

$\log_3\left(2m^2-2m\right)\le 1+\log_2\left(2\right).\log_3\left(4\right)=\log_3 12$

$\Leftrightarrow 2m^2-2m\le 12\Leftrightarrow m^2-m-6\le 0\Leftrightarrow -2\le m\le 3\ (2)$

Từ (1), (2) và do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;2;3\}$.

Thử lại

+ Với $m=3$ thì $(*)$ trở thành $\log_3\left(x^2+6x+17\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right)$. Tuy nhiên bất phương trình trên không thoả với $x=-\dfrac{1}{2}$ nên chúng ta loại trường hợp này.

+ Với $m=\pm 2$ thì $\left(*\right)$ trở thành $\log_3\left(x^2\pm 4x+7\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right)$. Bất phương trình trên có nghiệm với mọi $x\in\mathbb{R}$ vì

$\log_3\left(x^2\pm 4x+7\right)\le \log_3\left(3x^2+9\right)=1+\log_3\left(x^2+3\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right),\forall x\in\mathbb{R}$.

Tóm lại $m\in\left\{-2;2\right\}$.

HẾT